Objetivo del banco central: tasas de interés: $R_t = \bar{R}$

Choque en oferta monetaria en $t=1$:

En equilibrio: $1+R_t = \dfrac{\hat{m}^s_{t+1}}{\beta}$

Si $R_t = \bar{R} \Rightarrow \hat{m}^s_{t+1} = \beta(1+\bar{R}) = \hat{m}^s$

- Objetivo de $\bar{R}$ no depende de la oferta monetaria en $t=1$ sino solamente del crecimiento de la oferta monetaria de $t=1$ en adelante.
- Banco podría modificar M_1^s sin comprometer su objetivo.

$$\frac{M_{t+1}}{M_t} = (1+\hat{m}^s) \qquad M_t = (1+\hat{m}^s) M_{t-1}$$

$$M_{t-1} = (1+\hat{m}^s) M_{t-2}$$

$$\vdots$$

$$M_t^S = (1+\hat{m}^s)^{t-1} M_1^s$$

Oferta monetaria en t está determinada por $\hat{m}^s$ y M_1^s.

- Si banco modifica $M_1^s \Rightarrow M_t^d$ va a cambiar en la misma proporción.
- Sendas de y_t^* y c_t^* y r_t^* no cambian.
- Como $R_t = \bar{R}$, $1+\hat{P}^*_{t+1} = \dfrac{1+\bar{R}}{1+r_t^*}$ no cambia
- $P_t^* = \dfrac{M_t^s}{y_t} = \dfrac{M_1^s(1+\hat{m}^s)^{t-1}}{y_t} \Rightarrow$ Si $M_1^s \uparrow$, $P_t^* \uparrow$ $t \geq 1$.

En $t=0$ supongamos que economía existía:
$\uparrow M_1^s \Rightarrow \uparrow P_1^*$. Dados P_0, si $P_1 \uparrow \Rightarrow$ inflación entre $t=0$ y $t=1$ aumentó.

Si en $t=0$ economía estaba en equilibrio:

$$1+R_0 = \frac{(1+\hat{M}_1^s)}{\beta} \qquad \hat{M}_1^s = \frac{M_1^s}{M_0^s}$$

Si en $t=0$, economía hubiera previsto que en $t=1$ el banco central aumentaría M_1^s:

$$\hat{M}_1^s \uparrow \Rightarrow R_0 \uparrow .$$

Supongamos que en $t=0$ <u>NO</u> se anticipa el incremento en M_1^s. $\Rightarrow$ la tasa de interés R_0 no se ajusta ante la expectativa del cambio.

Ex post, $$1+r_0^e = \frac{1+R_0}{1+\hat{P}_1}$$ inesperadamente más alta de lo que se esperaba en $t=0$.

$$1+\hat{P}_1 = \frac{P_1}{P_0}$$

La caída en la tasa de interés real genera una redistribución de ingresos en la economía:

- A los deudores les reduce los intereses que deben pagar → favorece
- los ahorradores reciben menos por su ahorro → los desfavorece.

Inflación inesperada genera redistribución de ingreso de ahorradores a deudores.

Equilibrio con objetivo inflación:

- Objetivo: $\hat{P}^*_{t+1} = \hat{P}$
- Banco se compromete a lograr objetivo desde $t=1$.
- $1+\hat{P}_1 = \frac{P_1}{P_0} = 1+\hat{P}_1$, P_0 determinada en $t=0$.
- Para que inflación en $t=1$ sea $\hat{P}_1 = \hat{P}$, el banco central tendrá que comprometerse a fijar M_1^S de manera endógena igual a $M_1^S = P_1^* y_1^*$.
- En equilibrio: $(1+R_t) = (1+r_t^*)(1+\hat{P})$

$$1+r_t^* = \frac{y^*_{t+1}}{\beta y_t^*}$$

$$y_t^* = A_t\left(\underbrace{\frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\gamma(1+R_t)}}_{l_t^*}\right)^{1-\alpha}$$

$$1+r_t^* = \frac{A_{t+1}}{\beta A_t}\left(\frac{H_{t+1}}{H_t}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{1-\alpha+\gamma(1+R_t)}{1-\alpha+\gamma(1+R_{t+1})}\right)^{1-\alpha}$$

En equilibrio:

$$\boxed{1+R_t = \frac{1+\hat{P}}{\beta}\,\frac{A_{t+1}}{A_t}\left(\frac{H_{t+1}}{H_t}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{1-\alpha+\gamma(1+R_t)}{1-\alpha+\gamma(1+R_{t+1})}\right)^{1-\alpha}}$$

Para conocer R_t, necesitamos conocer R_{t+1}. Para conocer R_{t+1} necesitamos R_{t+2}, etc.

$\Rightarrow$ en economía con horizonte infinito este problema es <u>muy</u> complejo.

- Vamos a resolver sólo un caso particular.
- Asumimos que $H_t = H \quad \forall t$.

Equilibrio con $A_t = A$:

- Si A_t es constante, dado que todos los parámetros del modelo son constantes, es razonable esperar que R_t^* sea constante.
- Asumimos que $R_t = R^*$ constante y luego verificamos que efectivamente lo sea en equilibrio.
- Si $R_t = R^*$:

$$\ell_t^* = \frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\gamma(1+R^*)} \quad \Rightarrow \ell_t^* = \ell^* \text{ constante.}$$

- $\Rightarrow y_t^*$ y c_t^* son constantes.

$$y_t^* = A\left(\frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\gamma(1+R^*)}\right)^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow (1+r_t) = \frac{\cancel{y_{t+1}}}{\beta \cancel{y_t}} = \frac{1}{\beta}$$

$$\Rightarrow 1+R_t = (1+r_t^*)(1+\hat{\rho}_{t+1}^*) = \frac{1}{\beta}(1+\hat{\rho}) \Rightarrow R_t \text{ es constante.}$$

$$\boxed{\ell_t^* = \frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\frac{\gamma(1+\hat{\rho})}{\beta}} = \frac{\beta(1-\alpha)H}{\beta(1-\alpha)+\gamma(1+\hat{\rho})}}$$

$$y_t^* = A\left(\frac{\beta(1-\alpha)H}{\beta(1-\alpha)+\gamma(1+\hat{\rho})}\right)^{1-\alpha}$$

En eq: $\quad 1+R_t^* = \dfrac{1+\hat{M}_{t+1}^s}{\beta}$

$\Rightarrow$ para cumplir objetivo de $\hat{P}$, banco debe fijar

$$1+\hat{M}^s_{t+1} = \beta(1+R^*) = 1+\hat{P}$$

Oferta monetaria debe crecer al mismo ritmo que la inflación.

$$y_1^* = A\left(\frac{\beta(1-\alpha)H}{\beta(1-\alpha)+\gamma(1+\hat{P})}\right)^{1-\alpha} \Rightarrow \begin{array}{l} M_1^s = P_1\, y_1 \\ P_1 = P_0(1+\hat{P}). \end{array}$$

Equilibrio con crecimiento constante de productividad:

$A_1 = A, \quad \frac{A_{t+1}}{A_t} = 1+\hat{A}$:

Vamos a construir una solución donde r_t^* y R_t^* son constantes en el tiempo.

- Supongamos que l_t^* es constante en el tiempo. lo voy a verificar en eq.
- $y_t^* = A_t\, l_t^{*\,1-\alpha}$
- Condición intertemporal: $(1+r_t) = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t} = \frac{\overbrace{A_{t+1}}^{1+\hat{A}}\, \cancel{l_{t+1}^{1-\alpha}}}{\beta A_t\, \cancel{l_t^{1-\alpha}}}$

$$\Rightarrow 1+r_t = \frac{1+\hat{A}}{\beta}$$

- $1+R_t = (1+r_t)(1+\hat{P}_{t+1}) = \left(\frac{1+\hat{A}}{\beta}\right)(1+\hat{P}) \Rightarrow R_t$ es constante

$$\Rightarrow \boxed{l_t^* = \frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\frac{\gamma(1+\hat{P})(1+\hat{A})}{\beta}}} \longrightarrow \text{efectivamente es constante}$$

$$1+R_t^* = \frac{1+\widehat{M}^s_{t+1}}{\beta}$$

$$\Rightarrow 1+\widehat{M}^s_{t+1} = \beta(1+R_t) = \beta\left(\frac{1+\hat{A}}{\beta}\right)(1+\hat{p})$$

$$= (1+\hat{A})(1+\hat{p})$$

↳ crecimiento de oferta monetaria del banco para lograr su objetivo de inflación.

Efectos de un choque transitorio de productividad:

$A_t = A \quad \forall t \geq 2, \quad A_1 \neq A.$

- Choque transitorio en $t=1$.
- Probablemente R_1 y r_1 van a cambiar.
- Pero a partir de $t=2$ los parámetros de la economía son constantes $\Rightarrow$ deberíamos poder construir un equilibrio en el que $R_t = R^*$ $t \geq 2$.

- Supongamos que $R_t = R^*$ para $t \geq 2$:

$$\Rightarrow 1+R_t = \frac{1+\hat{p}}{\beta} = 1+R^* \qquad t \geq 2$$

- Cómo es $R_1, y_1, c_1, \dots$?

- $1+R_2 = \dfrac{1+\hat{p}}{\beta}$

$$1+R_t = \frac{1+\hat{p}}{\beta}\,\frac{A_{t+1}}{A_t}\left(\frac{H_{t+1}}{H_t}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{1-\alpha+\gamma(1+R_t)}{1-\alpha+\gamma(1+R_{t+1})}\right)^{1-\alpha}$$

$$1+R_1 = (1+R^*)\,\frac{A}{A_1}\left(\frac{1-\alpha+\gamma(1+R^*)}{1-\alpha+\gamma(1+R_1)}\right)^{1-\alpha}$$

Esta ecuación define R_1.

Sin embargo, no se puede resolver analíticamente.

Qué ocurre intuitivamente?

Supongamos que $A_1 < A$: $A_1 = \phi A$, $\phi < 1$.

Qué ocurría en economía sin dinero?

En economía sin dinero, l es constante.

$\Rightarrow y = A\,l^{1-\alpha} \Rightarrow$ caída en la producción coinade con la caída en A: $y_1 = \phi\, y_2$.

Qué ocurre en esta economía con dinero y objetivo inflación?

$$(1+R_1) = (1+r_1^*)(1+\hat{P})$$

- Choque en productividad $A_1 \Rightarrow \downarrow y_1$.
- $1+r_1 = \dfrac{y_2}{\beta y_1} \Rightarrow r_1 \uparrow \Rightarrow R_1 \uparrow$.
- Si $R_1\uparrow$, $l_1^* = \dfrac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\gamma(1+R_1)} \downarrow$
- $\Rightarrow y_1$ disminuye aún más.

en economía sin dinero

- $\boxed{A_1\downarrow \Rightarrow y_1\downarrow} \Rightarrow r_1\uparrow \Rightarrow R_1\uparrow \Rightarrow l_1\downarrow \Rightarrow y_1\downarrow$
  $\Rightarrow r_1\uparrow \Rightarrow R_1\uparrow \Rightarrow l_1\downarrow \Rightarrow \ldots$

Proceso iterativo es convergente pero el efecto final es mayor comparado a una economía sin dinero.
Es decir, la caída en producción es más fuerte.

- Esto no ocurre cuando el banco tiene como objetivo las tasas de interés.

Gasto público y financiamiento inflacionario:

- Banco central financia el gasto del gobierno.
- Debemos modificar el modelo:
  - introducimos gasto público G_t
  - Ahora en AM_t hogares no reciben Ω_t.
  - Agregamos restricción del gobierno.

Problema del hogar:

$$\max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left(\ln C_t + \gamma \ln(H - l_t) + \chi G_t \right) \qquad s.a.$$

$$B_t + M_t^d = P_{t-1} A_{t-1} l_{t-1}^{1-\alpha} + (M_{t-1}^d - P_{t-1} C_{t-1}) + (1+R_{t-1}) B_{t-1}$$

$$P_t C_t \leq M_t^d$$

En términos reales:

$$b_t + z_t^d = \frac{1}{1+\pi_t} A_{t-1} l_{t-1}^{1-\alpha} + \frac{1}{1+\pi_t} (z_{t-1}^d - C_{t-1}) + (1+r_{t-1}) b_{t-1}$$

$$C_t \leq z_t^d.$$

- En AM_t ya no aparece Ω_t.

- Antes, emisión del banco central:
  1. Aumentaba ingresos del hogar a través de Ω_t.
  2. La inflación generada reducía los ingresos del hogar.

  Estos dos efectos se cancelaban $\Rightarrow$ el hogar no se veía afectado.

- Ahora, sin Ω_t, la emisión del banco <u>reduce</u> los ingresos recursos del hogar. La inflación actúa como un impuesto "impuesto inflacionario".

- Base de este impuesto:
  - ingresos por unidad de producción
  - sobrante de dinero de compras

CPO iguales a secciones anteriores:

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta(1+r_t)$$

$$\frac{\gamma C_t}{H-l_t} = \frac{1}{1+R_t}(1-\alpha)\frac{y_t}{l_t}$$

Supongamos que $G_t = g_t y_t^*$.

$$\Rightarrow C_t^* = (1-g_t)y_t^*$$

$$\Rightarrow \boxed{l_t = \frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\gamma(1+R_t)(1-g_t)}}$$

El gobierno enfrenta esta restricción:

$$P_t G_t \leq M_t^g$$ — cantidad de dinero con la que llega el gobierno a PM_t.

• Asumimos que $P_t G_t = M_t^g$.

• Dinero con el que cuenta el gobierno viene exclusivamente de emisiones del banco: $M_t^g = M_t^s - M_{t-1}^s$

• Condición de vaciado en el mercado de dinero:

$$\underbrace{M_t^d}_{P_t C_t} + \underbrace{M_t^g}_{P_t G_t} = M_t^s$$

$$\underbrace{P_t C_t + P_t G_t}_{P_t y_t} = M_t^d + M_t^g = M_t^s$$

$$\Rightarrow P_t y_t = M_t^s$$

Dividiendo en t y $t+1$: $(1+\hat{P}_{t+1}) \frac{y_{t+1}}{y_t} = 1+\hat{M}^s_{t+1}$

En eq: $\beta(1+r_t) = \frac{C_{t+1}}{C_t} = \frac{y_{t+1}(1-g_{t+1})}{y_t\,(1-g_t)}$

$$(1+R_t) = (1+r_t)(1+\hat{P}_{t+1}) = (1+\hat{P}_{t+1})\frac{y_{t+1}(1-g_{t+1})}{\beta y_t\,(1-g_t)}$$

$$g_t P_t y_t = g_t M_t^s$$

$$1+R_t = (1+\hat{M}^s_{t+1})\frac{(1-g_{t+1})}{\beta(1-g_t)}$$

Restricción del gobierno: $P_t G_t = P_t g_t y_t = M_t^s - M_{t-1}^s$

$$\Rightarrow g_t M_t^s = M_t^s - M_{t-1}^s \iff M_{t-1}^s = M_t^s(1-g_t)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{M_t^s}{M_{t-1}^s} = 1 + \hat{M}_t^s = \frac{1}{1-g_t}}$$

tasa de crecimiento de la oferta monetaria está determinada por g_t.

Si $g_t = 0 \Rightarrow \hat{M}_t^s = 0 \rightarrow$ banco no emite moneda adicional porque no hay gasto para financiar.

Si $g_t \uparrow \Rightarrow \hat{M}_t^s \uparrow$

$$\Rightarrow \boxed{1 + R_t^* = \frac{1 + \hat{M}_t^s}{\beta}}$$

Ahora R_t depende $\hat{M}_t^s$ y no de $\hat{M}_{t+1}^s$

Al reemplazar en l_t^*:

$$\boxed{l_t^* = \frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\frac{\gamma}{\beta}}}$$

Con dinero, el producto del trabajo se puede consumir sólo un periodo después.

Sin dinero no teníamos esa restricción.

En economía con impuestos $\underline{\underline{Y}}$ gasto público proporcional, efecto se cancelaba. Aquí llegamos a lo mismo:

$$\boxed{l_t^* = \frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\frac{\gamma(1-g_t)}{1-\tau_t}}} \quad g_t = \tau_t$$

en economía con impuestos al ingreso.

se cancelan dos fuerzas:

- externalidad del gasto proporcional g_t
- impuesto inflacionario

$$y_t = A_t\left(\frac{\beta(1-\alpha)H}{\beta(1-\alpha)+\gamma}\right)^{1-\alpha} \quad \ldots \quad 1 + \hat{P}_{t+1} = (1 + \hat{M}_{t+1}^s)\frac{y_t^*}{y_{t+1}^*}$$

$$= \frac{1}{1-g_{t+1}} \frac{A_t}{A_{t+1}} \left(\frac{H_t}{H_{t+1}}\right)^{1-\alpha}.$$